

近畿大学

2015年文系第3問

3 座標平面において、中心が原点 O で点 $P(1, 0)$ を通る円 C_1 と、中心が点 $Q(s, t)$ で点 P を通る円 C_2 がある。ただし $t > 0$ とする。 C_1 と C_2 の P ではない交点を R とし、 C_1 の境界を含む内部と C_2 の境界を含む内部の共通部分を D とする。

(1) 直線 PR の方程式は $s(x - \boxed{\text{ア}}) + ty = 0$ である。 $s = 0$ のとき、点 R は t の値によらず同じ位置にあって、その座標は $(\boxed{\text{イ}} \mid \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}})$ である。

(2) $s = \sqrt{3}t$ のとき、点 R は s と t の値によらず同じ位置にあって、その座標は $(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}})$ である。四角形 $OPQR$ は円に内接するとする。このとき、点 Q の座標は $(\boxed{\text{ケ}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}})$ である。また、領域 D の面積は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}} \mid \boxed{\text{セ}}} \pi - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(3) 点 Q は $s+t = 2$ を満たしながら動くとする。線分 QR の長さが最小となるような点 R の座標は $(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}, \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}})$ であり、このときの領域 D の面積は $\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{\boxed{\text{ナ}}} - \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ となる。ただし、 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) である。