



2015年理系第1問

1 次の問いに答えよ。

(1)  $x = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$  のとき

$$x^3 - 2x^2 + 4x + 2 = \overset{4}{\boxed{\text{ア}}} + \sqrt{\overset{3}{\boxed{\text{イ}}}} i$$

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 7x = \frac{\overset{5}{\boxed{\text{ウ}}}\overset{3}{\boxed{\text{エ}}} - \overset{5}{\boxed{\text{オ}}}\sqrt{\overset{3}{\boxed{\text{カ}}}} i}{\overset{2}{\boxed{\text{キ}}}}$$

である。ただし、 $i$ は虚数単位とする。

(2) 2次方程式  $x^2 - 4x - 3 = 0$  の正の解の整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とすると

$$a = \overset{4}{\boxed{\text{ク}}}$$

$$b = \sqrt{\overset{7}{\boxed{\text{ケ}}} - \overset{2}{\boxed{\text{コ}}}}$$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\overset{8}{\boxed{\text{サ}}}\sqrt{\overset{7}{\boxed{\text{シ}}} - \overset{1}{\boxed{\text{ス}}}\overset{9}{\boxed{\text{セ}}}}}{\overset{3}{\boxed{\text{ソ}}}}$$

である。

(3) 不等式  $\log_9(2-x)^2 - \log_{\frac{1}{3}}(x-1) > \log_3(3-2x)$  の解は

$$\frac{\overset{5}{\boxed{\text{タ}}} - \sqrt{\overset{5}{\boxed{\text{チ}}}}}{\overset{2}{\boxed{\text{ツ}}}} < x < \frac{\overset{3}{\boxed{\text{テ}}}}{\overset{2}{\boxed{\text{ト}}}}$$

である。

(2)  $x = \frac{4 \pm \sqrt{16+4 \cdot 3}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$

$\therefore$  正の解は  $2 + \sqrt{7}$

$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$  より、 $a = 4, b = \sqrt{7} - 2$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{6-\sqrt{7}}{\sqrt{7}+2} = \frac{(6-\sqrt{7})(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)} = \frac{8\sqrt{7}-19}{3}$$

(3) 真数条件より、 $x < 2$  かつ  $x > 1$  かつ  $x < \frac{3}{2}$   $\therefore 1 < x < \frac{3}{2}$  ...①

$$\frac{\log_3(2-x)^2}{\log_3 9} - \frac{\log_3(x-1)}{\log_3 \frac{1}{3}} > \log_3(3-2x)$$

$\therefore \log_3(2-x)(x-1) > \log_3(3-2x)$

$\therefore (2-x)(x-1) > 3-2x$

$\therefore x^2 - 5x + 5 < 0$

(1)  $2x - 1 = \sqrt{3}i$

両辺2乗して、 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

$\therefore x^2 - x + 1 = 0$

$$x^2 - x + 1 \overline{) x^3 - 2x^2 + 4x + 2}$$

$$\underline{x^3 - x^2 + x}$$

$$-x^2 + 3x + 2$$

$$\underline{-x^2 + x - 1}$$

$$2x + 3$$

$\therefore x^3 - 2x^2 + 4x + 2 = (x-1)(x^2 - x + 1) + 2x + 3$

$= 2x + 3$

$= 2 \cdot \frac{1+\sqrt{3}i}{2} + 3$

$= 4 + \sqrt{3}i$

$$x^2 - x + 1 \overline{) x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 7x}$$

$$\underline{x^4 - x^3 + x^2}$$

$$-x^3 + 2x^2 - 7x$$

$$\underline{-x^3 + x^2 - x}$$

$$x^2 - 6x$$

$$\underline{x^2 - x + 1}$$

$$-5x - 1$$

$\therefore x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 7x = (x^2 - x + 1)^2 - 5x - 1$

$= -5 \cdot \frac{1+\sqrt{3}i}{2} - 1$

$= \frac{-7 - 5\sqrt{3}i}{2}$

$\frac{5-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{5+\sqrt{5}}{2}$  ...②

①、②より、 $\frac{5-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3}{2}$