

2014年薬学部第5問

 数理
石井K

5 次の問いに答えよ。

- (1) 軸が直線 $x = 2$ で、2点 $(4, 1)$, $(3, 7)$ を通る放物線 C_1 の方程式を求めると である。また、点 $(4, 1)$ における放物線 C_1 の接線の方程式を求めると である。
- (2) 放物線 C_1 を原点に関して対称移動して得られる放物線 C_2 の方程式を求めると である。
- (3) 2つの放物線 C_1, C_2 で囲まれた部分の面積を求めると である。
- (4) 放物線 C_2 を y 軸方向に平行移動すると、放物線 C_1 と1点で接した。平行移動して得られた放物線の方程式は である。

$$(1) y = a(x-2)^2 + b \text{ とおくと,}$$

$$\begin{cases} 1 = 4a + b \\ 7 = a + b \end{cases} \Leftrightarrow (a, b) = (-2, 9) \quad \therefore y = -2(x-2)^2 + 9$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x + 1$$

$$y' = -4x + 8 \text{ より, } y = -8(x-4) + 1 \quad \therefore y = -8x + 33$$

$$(2) -y = -2x^2 - 8x + 1$$

$$\therefore y = 2x^2 + 8x - 1$$

$$(3) \text{ 交点の } x \text{ 座標は, } -2x^2 + 8x + 1 - 2x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\therefore -4x^2 + 2 = 0 \quad \therefore x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} (-2x^2 + 8x + 1 - 2x^2 - 8x + 1) dx &= -4 \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} (x - \frac{1}{\sqrt{2}})(x + \frac{1}{\sqrt{2}}) dx \\ &= +4 \cdot \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

$$(4) y = 2x^2 + 8x - 1 + C \text{ とおくと.}$$

$$2x^2 + 8x - 1 + C + 2x^2 - 8x - 1 = 0 \text{ が重解をもつ.}$$

$$4x^2 + C - 2 = 0$$

$$\therefore C = 2 \quad \therefore y = 2x^2 + 8x + 1$$