



2011年全学部（理工）第3問

- 3 次の空欄 ア オ に当てはまるものをそれぞれ入れよ。

関数 $f(t)$ は $0 < t < \frac{\pi}{2}$ において微分可能で $f(t) > 0$ かつ $f'(t) > 0$ をみたすとする。また $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$ とする。

媒介変数表示 $\begin{cases} x = f(t) \cos t \\ y = f(t) \sin t \end{cases} \quad \left(0 < t < \frac{\pi}{2}\right)$ により定まる曲線を C とする。 C 上の点 $P(f(t) \cos t, f(t) \sin t)$

における接線と x 軸との交点を $A(a(t), 0)$ とすれば

$$a(t) = \frac{(f(t))^2}{f'(t) \boxed{\text{ア}} + f(t) \boxed{\text{イ}}}$$

となる。O を原点とするとき、すべての t に対し $OP = OA$ であれば f は

$$f''(t) \boxed{\text{ア}} + f(t) \boxed{\text{ウ}} = 0$$

をみたす。この式の両辺に $\cos t + 1$ をかけて整理すると

$$\frac{d}{dt} (f(t) \boxed{\text{エ}}) = 0$$

となり、

$$f(t) = \boxed{\text{オ}} \boxed{\text{エ}}^{-1}$$

が得られる。