2015年 教育学部 第6問

6 区間$[0,\ 1]$を$n$等分して得た分点を

$$0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = 1$$

とならべる．すなわち，

$$x_k = \frac{k}{n} \quad (k = 0,\ 1,\ \cdots,\ n)$$

とおく．$f(x) = x^2 + 1$ $(0 \leqq x \leqq 1)$に対して，4点$(x_{k-1},\ 0)$，$(x_k,\ 0)$，$(x_k,\ f(x_k))$，$(x_{k-1},\ f(x_{k-1}))$を頂点とする台形$S_k$ $(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$の$k = 1$から$k = n$までの集まりを$R_n$とおく．

(1) 図形$R_4$を図示せよ．

(2) 図形$R_n$の面積を$r_n$とするとき，$\lim_{n\to\infty} r_n = \frac{4}{3}$であることを証明せよ．