

2014年B方式第3問


 数理
石井K

3 次の問いに答えよ。

- (1) $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$ を計算せよ。
 (2) (1) を用いて $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解せよ。
 (3) $x^3 - 6x + 9$ を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad (a+b)^3 - 3ab(a+b) &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - 3a^2b - 3ab^2 \\ &= \underline{a^3 + b^3} // \end{aligned}$$

(2) (1) より

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc \\ &= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b+c) \\ &= (a+b+c) \left\{ (a+b)^2 - c(a+b) + c^2 \right\} - 3ab(a+b+c) \\ &= (a+b+c)(a^2 - ab + b^2 - ac - bc + c^2) - 3ab(a+b+c) \\ &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) // \end{aligned}$$

(x³+y³=(x+y)(x²-xy+y²)) を使った

(3) (2) の式に, $a=x, b=2, c=1$ を代入すると。

$$x^3 + 2^3 + 1^3 - 3 \cdot x \cdot 2 \cdot 1 = (x+3)(x^2 + 4 + 1 - 2x - 2 - x)$$

つまり

$$\underline{x^3 - 6x + 9 = (x+3)(x^2 - 3x + 3)} //$$