

2013年第3問



3  $47^{100}$  は 168 桁の整数である。  $47^{17}$  の桁数を  $(20+n)$  で表すとき、  $n$  の値を求めよ。ただし、  $n$  は自然数とする。

$$47^{100} \text{ が } 168 \text{ 桁の整数} \Leftrightarrow 10^{167} \leq 47^{100} < 10^{168}$$

$$\therefore \text{対数(底 } 10) \text{ をとると, } 167 \leq 100 \cdot \log_{10} 47 < 168$$

$$\therefore 1.67 \leq \log_{10} 47 < 1.68 \dots \textcircled{1}$$

$$47^{17} \text{ の桁数が } (20+n) \Leftrightarrow 10^{19+n} \leq 47^{17} < 10^{20+n}$$

$$\text{両辺, 対数(底 } 10) \text{ をとると, } n+19 \leq 17 \log_{10} 47 < n+20 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ 式より, } 28.39 \leq 17 \log_{10} 47 < 28.56$$

$$\therefore \textcircled{2} \text{ 式より, } \underline{n=9} //$$