

2014年 第1問

1  $a$  を実数とし、 $a > 1$  とする。3個の関数を

$$f(x) = -2x^2 + 2ax, \quad g(x) = -x^2 + a^2, \quad h(x) = -2ax + 2a^2$$

とする。次の問いに答えよ。

(1) すべての実数  $x$  に対して、 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$  となることを示せ。

(2) 連立不等式

$$0 \leq x \leq 1, \quad g(x) \leq y \leq h(x)$$

で表される領域の面積  $S_1$  を  $a$  を用いて表せ。

(3) 連立不等式

$$1 \leq x \leq a, \quad f(x) \leq y \leq g(x)$$

で表される領域の面積  $S_2$  を  $a$  を用いて表せ。

(4)  $S(a) = S_1 - S_2$  の最大値を求めよ。