

2015年 経済学部 第6問

6 a, b, c を実数とする. x の関数

$$F(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

は $x = \alpha$ で極大になり, $x = \beta$ で極小になるとする. 曲線 $y = F(x)$ 上の点 $B(\beta, F(\beta))$ における接線を l とし, l と $y = F(x)$ の共有点のうち B と異なるものを $(\gamma, F(\gamma))$ とする.

- (1) x の整式 $F(x) - F(\beta)$ を, β, γ を用いて1次式の積に因数分解された形で表せ.
- (2) γ を α, β のみを含む式で表せ. 必要ならば x の整式で表される関数 $p(x), q(x)$ とそれらの導関数に関して成り立つ公式

$$\{p(x)q(x)\}' = p'(x)q(x) + p(x)q'(x)$$

を用いてもよい.

- (3) $f(x) = F'(x)$ とする. 直線 $x = \gamma$, x 軸, および曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形のうち $y \geq 0$ となる部分の面積 S を, α, β のみを含む式で表せ. さらに, $a - b \geq \frac{3}{2}$ が成り立つとき, S の最小値を求めよ.