

2015年経済学部第3問

| 実数 θ は $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ を満たすとする。O(0, 0, 0) を原点とする座標空間の 3 点

 $A(\cos^2\theta, \sin\theta, 1 + \sin^2\theta), B(\sin\theta, 0, -\sin\theta), C(1, \cos 2\theta - \cos^2\theta, 1)$

に対し、それぞれ $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく.

 \overrightarrow{b} は零ベクトルではないとする. 4点O, A, B, Cが同一平面上にあるならば,

$$\theta = \frac{ \begin{array}{c|c} 27 & 28 \\ \hline \hline \end{array} }{79} \pi \text{ \vec{c} as.}$$

次に $\theta = \frac{\pi}{6}$ とし、以下このときの 3 点 A、B、C を考える。また、3 点 O、B、C の定める平面を α と する。

(2) 点Pは α 上の点で、 $|\overrightarrow{AP}|$ が最小になるものとする. このとき、

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{b} = \boxed{30}, \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{c} = \boxed{31}$$

が成り立つ. また, \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{b} 、 \overrightarrow{c} を用いて表すと

となる. ただし, \overrightarrow{u} , \overrightarrow{v} はベクトル \overrightarrow{u} と \overrightarrow{v} の内積を表す.