

2015年 理工学部 第2問

2  $a$  を実数とする．絶対値を含む式  $|x-a|x-a|x-a|$  は，以下の(1)と(2)のように2通りの解釈が可能である．それぞれの解釈のもとで，方程式

$$|x-a|x-a|x-a| = x-a$$

を考える．

- (1)  $|x-a|x-a|x-a|$  を，絶対値  $|x-a|$  と  $x$  の積から， $a$  と絶対値  $|x-a|$  の積を引いた値と解釈する．このとき，上の方程式の実数解を  $a$  を用いて小さいほうから列挙すると  $x = \boxed{\text{キ}}$  となる．
- (2)  $|x-a|x-a|x-a|$  を  $x-a|x-a|x-a$  の絶対値であると解釈する．このとき，上の方程式の実数解の個数が1個となるための必要十分条件は  $a \geq \boxed{\text{ク}}$  である．また，この方程式の実数解が異なる3つの整数となるのは  $a = \boxed{\text{ケ}}$  のときである．
- (3) (2)と同じ解釈のもとで，上の方程式の実数解の個数が有限であるための必要十分条件は  $a \neq \boxed{\text{コ}}$  である． $a \neq \boxed{\text{コ}}$  が必要条件であることの証明を書きなさい．