

2012年 理工学部 第5問

5  $a > 0$  とし,  $x$  の3次関数  $f(x)$  を

$$f(x) = x^3 - 5ax^2 + 7a^2x$$

と定める. また,  $t \geq 0$  に対し, 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および2直線  $x = t$ ,  $x = t + 1$  で囲まれた部分の面積を  $S(t)$  で表す.

- (1)  $S(0) =$   である.
- (2)  $f(x)$  は  $x =$   で極小値をとる. 曲線  $y = f(x)$  上にあり,  $x$  の値  に対応する点を  $P$  とする.  $a$  の値が変化するとき, 点  $P$  の軌跡は曲線  $y =$   ( $x > 0$ ) である.
- (3)  $S(t) = S(0)$  を満たす正の実数  $t$  が存在するような  $a$  の値の範囲を不等式で表すと  となる. 以下,  $a$  の値はこの範囲にあるとする.  $c$  を  $S(c) = S(0)$  を満たす最大の正の実数とする. 区間  $0 \leq t \leq c$  における  $S(t)$  の最大値, 最小値をそれぞれ  $M(a)$ ,  $m(a)$  とするとき,  $M(a) + m(a) =$   となる.