2015年 看護医療学部 第1問

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式などを解答欄に記入しなさい．

(1) 2次方程式 $x^2+kx+k+8=0$ が異なる2つの実数解 α，β をもつとする．このとき，定数 k の値の範囲は $k<\boxed{ア}$ -4 または $k>\boxed{イ}$ 8 である．さらに，このとき $\alpha^2+\beta^2=19$ となるような定数 k の値は $k=\boxed{ウ}$ -5 である．

(2) xyz 空間の $\mathrm{A}(1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(-1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{C}(0,\ \sqrt{3},\ 0)$ を3頂点とする三角形を底面にもち，$z\geqq 0$ の部分にある正四面体 ABCD を考える．頂点 D の座標は $\boxed{エ}$ $\left(0,\ \frac{\sqrt{3}}{3},\ \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ である．また4頂点において正四面体 ABCD に外接する球の中心 E の座標は $\boxed{オ}$ $\left(0,\ \frac{\sqrt{3}}{3},\ \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{EA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EB}}$ のなす角を θ $(0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ)$ とすると $\cos\theta=\boxed{カ}$ $-\frac{1}{3}$ である．

(3) n を自然数とする．白玉5個と赤玉 n 個が入っている袋から同時に玉を2個取り出すとき，取り出した玉の色が異なる確率を p_n とする．このとき $p_n=\boxed{キ}$ $\frac{10n}{(n+5)(n+4)}$ である．また $p_n\leqq\frac{1}{5}$ となる最小の自然数 n は $n=\boxed{ク}$ 41 である．

(1) 判別式を D とすると，

$D=k^2-4(k+8)>0$

$\therefore (k+4)(k-8)>0$　$\therefore$ $\underline{k<-4 \text{ または } k>8}$ //

解と係数の関係より，$\alpha+\beta=-k$，$\alpha\beta=k+8$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=k^2-2(k+8)$

$\therefore k^2-2k-16=19$

$(k+5)(k-7)=0$　$k<-4$，$k>8$ より $\underline{k=-5}$ //

(3)

$$p_n=\frac{{}_5C_1\times{}_nC_1}{{}_{n+5}C_2}=\underline{\frac{10n}{(n+5)(n+4)}}$$ //

$p_n\leqq\frac{1}{5}$ より．

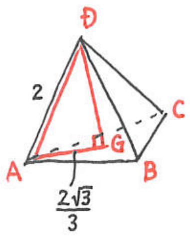
$$\frac{10n}{(n+5)(n+4)}\leqq\frac{1}{5}$$

$50n\leqq n^2+9n+20$

$n^2-41n+20\geqq 0$

これをみたす最小の n は，$\underline{n=41}$ //

(2) 頂点 A, B, C は平面 $z=0$ 上にあり．$\triangle ABC$ の重心は $G\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)$ である．



正四面体の一辺の長さは 2，$AG=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三平方の定理より，$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+DG^2=2^2$　$\therefore DG=\frac{2\sqrt{6}}{3}$　$\therefore$ $\underline{D\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)}$ //

点 E は線分 DG 上にあるので $E\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3},k\right)$ とおくと．

$AE=DE$ より，$1^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+k^2=\left(k-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2$　$\therefore k=\frac{\sqrt{6}}{6}$　$\therefore$ $\underline{E\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}$ //

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}}{|\overrightarrow{EA}||\overrightarrow{EB}|}=\frac{-\frac{1}{2}}{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\underline{-\frac{1}{3}}$$ //