

2014年薬学部第4問

4 正四面体  $OABC$  において辺  $OA$  の中点を  $D$ , 辺  $OB$  を  $1:2$  に内分する点を  $E$ , 辺  $OC$  を  $m:(1-m)$  に内分する点を  $F$  とする. ただし,  $m$  は  $0 < m < 1$  を満たす実数の定数とする.  $E$  から  $3$  点  $O, A, C$  の定める平面に垂線  $EH$  を下ろし, 直線  $OH$  と線分  $DF$  の交点を  $I$  とする. 三角形  $ODE$  の面積は  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$  であり, 四面体  $ODEF$  の体積は正四面体  $OABC$  の体積の  $\frac{5}{54}$  倍である. このとき,

(1) 正四面体  $OABC$  の一辺の長さは  $\boxed{63}\sqrt{\boxed{64}}$  であり, 体積は  $\boxed{65}\boxed{66}\sqrt{\boxed{67}}$  である.

(2)  $m = \frac{\boxed{68}}{\boxed{69}}$  である.

(3)  $\vec{OI}$  を  $\vec{OD}$  と  $\vec{OF}$  を用いて表すと,  $\vec{OI} = \frac{\boxed{70}\ \boxed{71}}{\boxed{72}\ \boxed{73}}\vec{OD} + \frac{\boxed{74}}{\boxed{75}\ \boxed{76}}\vec{OF}$  である.