0001627722738999

慶應義塾大学

2014年 医学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい．

(1) 1から13までの整数が1つずつ書かれた13枚のカードの中から3枚を選ぶとき，偶数が書かれたカードが2枚以上含まれる選び方は $\boxed{あ}$ 通りであり，11以上の数が書かれたカードが少なくとも1枚含まれる選び方は $\boxed{い}$ 通りである．

166　125

(2) $\alpha = 2+\sqrt{5}$ とするとき，α を解とし，整数を係数とする2次方程式 $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ を求めると $a_1 = \boxed{う}$，$b_1 = \boxed{え}$ である．また自然数 n に対して，α^n を解とし，整数を係数とする2次方程式を $x^2 + a_nx + b_n = 0$ とすると，$b_n = \boxed{お}$ であり，$a_n^2 + a_{2n} = \boxed{か}$ である．

-4　-1　$(-1)^n$　$2(-1)^n$

(3) 実数 m に対して

$$A(m) = \int_0^1 x(e^x - m)^2\,dx$$

とおくと，関数 $A(m)$ は $m = \boxed{き}$ のとき最小値 $\boxed{く}$ をとる．

2　$\dfrac{e^2-7}{4}$

(1) すべての選び方は ${}_{13}C_3 = 286$ 通り．偶数のカードは6枚なので

2枚以上となるのは，${}_6C_3 + {}_6C_2 \cdot {}_7C_1 = \underline{125\text{通り}}$ //

すべて10以下となるのは ${}_{10}C_3 = 120$ 通りであるから，

11以上のカードが少なくとも1枚含まれるのは，$286-120 = \underline{166\text{通り}}$ //

(2) $\alpha - 2 = \sqrt{5}$ の両辺を2乗して，$\alpha^2 - 4\alpha + 4 = 5$

$\therefore$ α は $x^2-4x-1=0$ の解である $\therefore$ $\underline{a_1=-4,\ b_1=-1}$ //

解と係数の関係より，$b_n = \alpha^n\beta^n = (\alpha\beta)^n = \underline{(-1)^n}$ //　← $\beta = 2-\sqrt{5}$ とおいた，$\alpha\beta = -1$ となる．

また，$-a_n = \alpha^n + \beta^n$ より，

$$a_n^2 + a_{2n} = (\alpha^n+\beta^n)^2 - (\alpha^{2n}+\beta^{2n}) = 2(\alpha\beta)^n = \underline{2\cdot(-1)^n}$$ //

(3) $A(m) = \int_0^1 x\left(\frac{1}{2}e^{2x} - 2me^x + m^2x\right)'dx$

$= \left[x\left(\frac{1}{2}e^{2x} - 2me^x + m^2x\right)\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2}e^{2x} - 2me^x + m^2x\,dx$

$= \frac{1}{2}e^2 - 2me + m^2 - \left[\frac{1}{4}e^{2x} - 2me^x + \frac{1}{2}m^2x^2\right]_0^1$

$= \frac{1}{2}m^2 - 2m + \frac{e^2+1}{4}$

$= \frac{1}{2}(m-2)^2 + \frac{e^2-7}{4}$

$\therefore$ $\underline{m=2\text{のとき，最小値}\ \frac{e^2-7}{4}}$ //