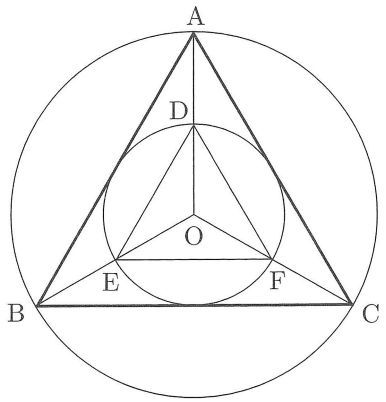
2014年 第4問

4 以下の問いに答えなさい．

下図のように，外接円と内接円の中心が同一となる△ABCを考える．この中心をOとし，OA，OB，OCと△ABCの内接円との交点をそれぞれD，E，Fとする．このとき，△ABCの内接円は△DEFの外接円にあたる．すなわち，△ABCの内心が△DEFの外心となっている．



(1) △ABCおよび△DEFがいずれも正三角形であることを示しなさい．

(2) △ABCの外接円の半径OAと△DEFの外接円の半径ODとの長さの比を求めなさい．

(3) ここで，改めて，△ABCを$(\triangle ABC)_1$，△DEFを$(\triangle ABC)_2$のように表し，一辺の長さがaである$(\triangle ABC)_1$の内接円をもとに$(\triangle ABC)_2$を描き，この$(\triangle ABC)_2$の内接円をもとに$(\triangle ABC)_3$を描くということを繰り返していく．このようにして，$(\triangle ABC)_n$を描いたとき，$(\triangle ABC)_n$の一辺の長さをaを用いて表しなさい．