

2015年1期1日目第3問

3 関数 $y = -ax^2 + 4ax + b$ ($a > 0$) ……①について次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ.

- (1) $a = 1, b = 8$ とする. 関数①の最大値は $\boxed{18}$ である. また①のグラフと x 軸との交点の x 座標は $\boxed{19}$ \pm $\boxed{20}$ $\sqrt{\boxed{21}}$ である.
- (2) ①のグラフが x 軸に接するとき $a = -\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \frac{\boxed{1}}{\boxed{4}} b$ である.
- (3) 関数①の最大値が5でそのグラフが点(3, 2)を通るとき $a = \boxed{24}$, $b = -\boxed{25}$ である.
- (4) $2 \leq x \leq 3$ における関数①の最大値が10, 最小値が8であるとき $a = \frac{\boxed{26}}{\boxed{2}}$, $b = \frac{\boxed{27}}{\boxed{2}}$ である.

$$(1) y = -x^2 + 4x + 8$$

$$= -(x^2 - 4x) + 8$$

$$= -(x-2)^2 + 12$$

$$\therefore \underline{\text{最大値は } 12} \quad -x^2 + 4x + 8 = 0 \quad \text{すなわち} \quad x^2 - 4x - 8 = 0 \text{ より}$$

$$\text{交点の } x \text{ 座標は } \underline{2 \pm 2\sqrt{3}}$$

$$(2) \text{ ①の判別式を } D \text{ とすると, } \frac{D}{4} = (2a)^2 + a \cdot b = 0 \quad \therefore a(4a + b) = 0$$

$$a > 0 \text{ より, } \underline{a = -\frac{1}{4}b}$$

$$(3) y = -a(x^2 - 4x) + b$$

$$= -a(x-2)^2 + 4a + b \quad \dots \text{②}$$

$$\text{最大値が } 5 \text{ より, } 4a + b = 5 \quad \dots \text{③}$$

$$(3, 2) \text{ を通るので, } 2 = 3a + b \quad \dots \text{④} \quad \text{③, ④より, } \underline{a = 3, b = -7}$$

$$(4) \text{ ②より, } 4a + b = 10 \quad \dots \text{⑤}, \quad x = 3 \text{ で最小値をとるので, } 8 = 3a + b \quad \dots \text{⑥}$$

$$\text{⑤, ⑥より, } \underline{a = 2, b = 2}$$