0002177362287999

慶應義塾大学

2016 年 商学部 第 4 問

$\boxed{4}$ 3 つの袋 A，B，C がある．袋 A には，1 から 7 までの番号が書かれた玉がそれぞれ 2 個ずつ，計 14 個入っている．また，袋 B，袋 C には何も入っていない．以下，番号 i が書かれた玉を「玉 i」と呼ぶことにする．

袋 A から無作為に玉を 1 個取り出して袋 B に入れる．ここで袋 B に入れられた玉を玉 i とするとき，玉 $i-1$，玉 i，玉 $i+1$ のうち袋 A に入っているものをそれぞれ 1 個ずつ取り出して袋 C に入れる．この一連の操作を繰り返す．
例えば，1 回目の操作の最初に玉 7 が袋 B に入れられたとする．このとき，袋 A には玉 6 と玉 7 は入っているが，玉 8 は入っていないので，玉 6 と玉 7 が 1 個ずつ袋 A から袋 C に移される．以上で 1 回目の操作が終わり，袋 A に玉 1，1，2，2，3，3，4，4，5，5，6 の計 11 個が入った状態で 2 回目の操作を始める．

(1) 1 回目の操作で玉 4 が袋 B に入れられたとき，2 回目の操作で玉 5 が袋 B に入れられる確率は $\dfrac{\boxed{43}}{\boxed{44}\boxed{45}}$ である．

(2) 1 回目の操作で玉 2 が袋 B に入れられ，かつ 2 回目の操作で玉 1 が袋 B に入れられる確率は $\dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}\boxed{48}}$ である．

$1 \leqq i < j \leqq 7$ を満たす整数 i，j に対し，2 回の操作を行った後に袋 B に玉 i と玉 j が入っている事象を $B_{i,j}$ とし，事象 $B_{i,j}$ の確率を $P(B_{i,j})$ で表す．

(3) $P(B_{1,2}) = \dfrac{1}{7} \times \dfrac{\boxed{49}}{11} + \dfrac{1}{7} \times \dfrac{\boxed{50}}{10} = \dfrac{\boxed{51}}{110}$ である．同様に，

$$P(B_{1,3}) = \frac{\boxed{52}}{\boxed{53}\boxed{54}}, \quad P(B_{1,7}) = \frac{\boxed{55}}{\boxed{56}\boxed{57}},$$

$$P(B_{2,3}) = \frac{\boxed{58}}{\boxed{59}\boxed{60}}, \quad P(B_{2,4}) = \frac{\boxed{61}}{\boxed{62}\boxed{63}}$$

である．

(4) ${}_7\mathrm{C}_2$ 個の事象 $B_{1,2}$，$B_{1,3}$，…，$B_{6,7}$ のうち，起こる確率が $P(B_{1,2})$ であるものは $\boxed{64}$ 個，$P(B_{1,3})$ であるものは $\boxed{65}$ 個，$P(B_{1,7})$ であるものは $\boxed{66}$ 個，$P(B_{2,3})$ であるものは $\boxed{67}$ 個，$P(B_{2,4})$ であるものは $\boxed{68}$ 個である．

(5) 3 回の操作の後，袋 B に入っている玉の番号が全て偶数となる確率は $\dfrac{\boxed{69}}{\boxed{70}\boxed{71}}$ である．