慶應義塾大学

2015年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい．

数直線上の点の集合 $S=\{-1,\ 0,\ 1\}$ を考える．球が2個用意されており，S の各点上には，2個まで球を置くことができるとする．S 内に置かれた球に対する次の操作Tを考える．

操作 T

(T1) S 内に球が1個だけ置かれている場合は，その球に対して次の操作Aを行う．

操作 A

(A1) 球が点0上に置かれている場合はその球を確率 $\frac{1}{3}$ で S 内から取り除き，確率 $\frac{1}{3}$ ずつで点 -1 または点1の上に移す．

(A2) 球が点 -1 または点1の上に置かれている場合はその球を必ず点0の上に移す．

(T2) S 内に球が2個置かれている場合は，どちらか1個の球を等しい確率で選び，その選ばれた球に対して操作Aを行う．

いま，球が2個とも点0上に置かれている状態から始め，操作Tを繰り返し行う．ただし，S 内に球がなくなった場合は操作を行うのをやめる．以下，n，m を自然数とする．

(1) 操作Tを n 回繰り返し終えたとき，球が2個とも点0上に置かれている確率を p_n とし，点 -1 と点0の上に1個ずつ置かれているかまたは点0と点1の上に1個ずつ置かれている確率を q_n とする．

(1-1) $n \geqq 2$ に対し，$p_n=\boxed{\text{あ}}\,q_{n-1}$ である．

(1-2) $q_1=\boxed{\text{い}}$ である．一般に $q_{2m}=0$ であり，q_{2m-1} を m の式で表すと $q_{2m-1}=\boxed{\text{う}}$ である．

(2) 操作Tを n 回繰り返し終えたとき，S 内に球が1個だけあり，かつそれが点0上に置かれている確率を r_n，点 -1 または点1の上に置かれている確率を s_n とする．

(2-1) $n \geqq 2$ に対し，

$$r_n=\boxed{\text{え}}\,s_{n-1}+\boxed{\text{お}}\,p_{n-1}$$
$$s_n=\boxed{\text{か}}\,r_{n-1}+\boxed{\text{き}}\,q_{n-1}$$

である．

(2-2) 一般に $r_{2m}=0$ であり，r_{2m-1} を m の式で表すと $r_{2m-1}=\boxed{\text{く}}$ である．