慶應義塾大学

2016年 商学部 第4問

$\boxed{4}$ 3つの袋A，B，Cがある．袋Aには，1から7までの番号が書かれた玉がそれぞれ2個ずつ，計14個入っている．また，袋B，袋Cには何も入っていない．以下，番号iが書かれた玉を「玉i」と呼ぶことにする．

袋Aから無作為に玉を1個取り出して袋Bに入れる．ここで袋Bに入れられた玉を玉iとするとき，玉$i-1$，玉i，玉$i+1$のうち袋Aに入っているものをそれぞれ1個ずつ取り出して袋Cに入れる．この一連の操作を繰り返す．

例えば，1回目の操作の最初に玉7が袋Bに入れられたとする．このとき，袋Aには玉6と玉7は入っているが，玉8は入っていないので，玉6と玉7が1個ずつ袋Aから袋Cに移される．以上で1回目の操作が終わり，袋Aに玉1，1，2，2，3，3，4，4，5，5，6の計11個が入った状態で2回目の操作を始める．

(1) 1回目の操作で玉4が袋Bに入れられたとき，2回目の操作で玉5が袋Bに入れられる確率は $\dfrac{\boxed{43}}{\boxed{44}\,\boxed{45}}$ である．

(2) 1回目の操作で玉2が袋Bに入れられ，かつ2回目の操作で玉1が袋Bに入れられる確率は $\dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}\,\boxed{48}}$ である．

$1 \leqq i < j \leqq 7$を満たす整数i，jに対し，2回の操作を行った後に袋Bに玉iと玉jが入っている事象を$B_{i,j}$とし，事象$B_{i,j}$の確率を$P(B_{i,j})$で表す．

(3) $P(B_{1,2}) = \dfrac{1}{7} \times \dfrac{\boxed{49}}{11} + \dfrac{1}{7} \times \dfrac{\boxed{50}}{10} = \dfrac{\boxed{51}}{110}$ である．同様に，

$P(B_{1,3}) = \dfrac{\boxed{52}}{\boxed{53}\,\boxed{54}}$，　$P(B_{1,7}) = \dfrac{\boxed{55}}{\boxed{56}\,\boxed{57}}$，

$P(B_{2,3}) = \dfrac{\boxed{58}}{\boxed{59}\,\boxed{60}}$，　$P(B_{2,4}) = \dfrac{\boxed{61}}{\boxed{62}\,\boxed{63}}$

である．

(4) ${}_7\mathrm{C}_2$個の事象$B_{1,2}$，$B_{1,3}$，…，$B_{6,7}$のうち，起こる確率が$P(B_{1,2})$であるものは $\boxed{64}$ 個，$P(B_{1,3})$であるものは $\boxed{65}$ 個，$P(B_{1,7})$であるものは $\boxed{66}$ 個，$P(B_{2,3})$であるものは $\boxed{67}$ 個，$P(B_{2,4})$であるものは $\boxed{68}$ 個である．

(5) 3回の操作の後，袋Bに入っている玉の番号が全て偶数となる確率は $\dfrac{\boxed{69}}{\boxed{70}\,\boxed{71}}$ である．