0002175634287999

# 慶應義塾大学

2016 年 薬学部 第 1 問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 整式 $P(x)$ は実数を係数にもつ $x$ の 3 次式であり，$x^3$ の係数は 1 である．$P(x)$ を $x-7$ で割ると 8 余り，$x-9$ で割ると 12 余る．方程式 $P(x)=0$ は $a+bi$ を解に持つ．$a$，$b$ は 1 桁の自然数であり，$i$ は虚数単位とする．

ただし $a$，$b$ の組み合わせは，$2a+b$ が連続する 2 つの整数の積の値と等しくなるもののうち，$a-b$ が最大となるものとする．このとき，

(i) 整式 $P(x)$ を $(x-7)(x-9)$ で割ると，余りは $\boxed{1}\,x-\boxed{2}$ である．

(ii) $a=\boxed{3}$，$b=\boxed{4}$ であり，方程式 $P(x)=0$ の実数解は $\boxed{5}$ である．

(2) $xy$ 平面上に曲線 $C_1: y=-x^2-x+8$ がある．$C_1$ 上の動点 A を点 $(1,\ 2)$ に関して対称移動した点 B の軌跡を $C_2$ とする．

$C_1$ と $C_2$ の 2 つの交点 P，Q の $x$ 座標をそれぞれ $\alpha$，$\beta$ $(\alpha<\beta)$ とし，また，$C_1$，$C_2$ と直線 $x=k$ との交点をそれぞれ R，S とする．ただし，$k$ は $\alpha<k<\beta$ を満たす実数とする．このとき，

(i) $C_2$ の方程式は $y=x^2-\boxed{6}\,x+\boxed{7}$ である．

(ii) 三角形 QRS の面積は $k=\dfrac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$ で最大となる．

(3) $xy$ 平面上に，原点 O を中心とする単位円 $C$ と，$y$ 軸の正の部分を始線として点 O を中心に回転する 2 つの動径 $L_1$，$L_2$ がある．円 $C$ と $L_1$，$L_2$ との交点をそれぞれ P，Q とする．動径 $L_1$，$L_2$ の表す角をそれぞれ $\theta_1$，$\theta_2$ とおき，$\theta_1=2\pi t$，$\theta_2=-\pi t$ とする．ただし $t$ は，$t \geqq 0$ を満たす実数である．このとき，

(i) 点 P と点 Q が一致する $t$ のうち，$t=0$ を除く最小の $t$ の値は $\dfrac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である．

(ii) 点 P の $y$ 座標と点 Q の $y$ 座標の和の最小値は $\dfrac{\boxed{12}\,\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である．

(4) 直角三角形 AOB（$\angle \mathrm{AOB}=90^\circ$）に内接する半径 $r$ の円の中心を P とする．辺 AB と円の接点を Q とし，線分 AQ の長さを $a$，線分 BQ の長さを $b$ とする．三角形 AOB に対して，自然数 $l$，$m$，$n$ $(n<m<l)$ は，$l\overrightarrow{\mathrm{OP}}+m\overrightarrow{\mathrm{AP}}+n\overrightarrow{\mathrm{BP}}=\overrightarrow{0}$ を満たす．このとき，

(i) 三角形 AOB の 3 辺の長さの合計は $\boxed{15}\,a+\boxed{16}\,b+\boxed{17}\,r$ である．

(ii) $l=17$ のとき，$m=\boxed{18}\,\boxed{19}$，$n=\boxed{20}$ であり，$\dfrac{a}{b}=\dfrac{\boxed{21}}{\boxed{22}\,\boxed{23}}$ である．