2015年 看護医療学部 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $y=\sin\theta\cos\theta-\sin\theta+\cos\theta$ について考える．以下に答えなさい．

(1) $t=\cos\theta-\sin\theta$ とおくとき，y を t の式で表しなさい．

(2) θ が $0\leqq\theta\leqq\pi$ の範囲を動くとき，t の動く範囲を求めなさい．

(3) θ が $0\leqq\theta\leqq\pi$ の範囲を動くとき，y の最大値，最小値と，それらを与える θ の値をそれぞれ求めなさい．

(1) $t^2=\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{1-t^2}{2}$

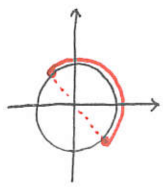
$\therefore\ y=\dfrac{1-t^2}{2}+t$

$=\underline{-\dfrac{1}{2}t^2+t+\dfrac{1}{2}}$ //

(2) $t=-\sqrt{2}\left(\sin\theta\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\cos\theta\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=-\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$-\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{3}{4}\pi$



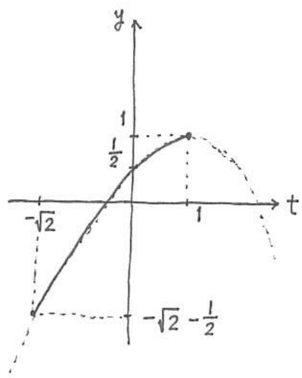
$\therefore\ \underline{-\sqrt{2}\leqq t\leqq 1}$ //

(3) $y=-\dfrac{1}{2}(t^2-2t)+\dfrac{1}{2}\quad(-\sqrt{2}\leqq t\leqq 1)$

$=-\dfrac{1}{2}(t-1)^2+1\quad(-\sqrt{2}\leqq t\leqq 1)$

右のグラフより

y の最大値は 1 ($\theta=0$ のとき)，最小値は $-\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}$ $\left(\theta=\dfrac{3}{4}\pi\right)$ //



$t=1 \iff \theta=0$

$t=-\sqrt{2} \iff \theta=\dfrac{3}{4}\pi$