慶應義塾大学

2012年 薬学部 第1問

$\boxed{1}$ 次の問の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{39}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号（－）をマークしなさい．

(1) $\left(ax+\dfrac{2}{a^2x}\right)^{10}$ を展開したところ，x^2 の項の係数は560であった．ただし $a>0$ とする．このとき，a の値は $\sqrt{\boxed{1}}$ であり，x^{-6} の項の係数は $\dfrac{\boxed{2}\boxed{3}}{\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}}$ である．

(2) 関数 $f(x)=\log_a x$ があり，以下に示す①と②は共通の解をもつ．

$$\begin{cases} f(x)+f(x-3)=4 & \cdots\cdots ① \\ f(3x^2-16x+20)-f(x-2)=2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

(i) $f(2\sqrt[4]{6})-f(\sqrt[8]{6\sqrt{72}})$ の値は $\dfrac{\boxed{7}\boxed{8}}{\boxed{9}}$ である．

(ii) $y=f(x)$ 上の点Pと点A$(-4,\ 8)$ を結んだ線分APを $1:3$ に内分する点の軌跡は，底を a^4 とする対数関数 $y=\log_{a^4}x$ のグラフを x 軸正方向に $\boxed{10}\boxed{11}$，y 軸正方向に $\boxed{12}$ 平行移動したグラフとなる．

(3) 三角形ABCにおいて，3辺の長さは $\mathrm{AB}=2a+1$，$\mathrm{BC}=2a$，$\mathrm{CA}=a$ であり，$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{11}{24}$ である．ただし $a>0$ とする．

(i) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ は $\dfrac{\boxed{13}\boxed{14}}{\boxed{15}}$ である．

(ii) 辺ABを $1:3$ に内分する点をQ，辺CAの垂直二等分線と線分CQ，辺CAとの交点をそれぞれP，Rとおく．このとき $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{\boxed{16}\boxed{17}}{\boxed{18}\boxed{19}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{\boxed{20}\boxed{21}}{\boxed{22}\boxed{23}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

である．

(4) 下図のように，4行4列の計16個のマス目をつくり，さらに太線でそれぞれ2行2列からなる4つの区画に分ける．それぞれのマス目に1から4までの数字を1つずつ書き込む．ただし，以下の3つの条件を全て満たすものとする．

① 各行には1，2，3，4が1回ずつあらわれる．

② 各列には1，2，3，4が1回ずつあらわれる．

③ 各区画には1，2，3，4が1回ずつあらわれる．

数字の書き込み方は全部で $\boxed{24}\boxed{25}\boxed{26}$ 通りある．

(5) 関数 $f(x)=-\dfrac{2}{3}(8^x+8^{-x})+10(4^x+4^{-x})-24(2^{x+1}+2^{-x+1})+84$ がある．

(i) $2^x+2^{-x}=5$ のとき $f(x)$ の値は $\dfrac{\boxed{27}}{\boxed{28}}$ である．

（ii）$2^x+2^{-x}=t$ とおいたとき，$f(t)=k$ の解 t がただ 1 つであるような定数 k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{29}+\boxed{30}\sqrt{\boxed{31}}}{\boxed{32}}<k\leqq\frac{\boxed{33}\boxed{34}}{\boxed{35}},\quad k<\frac{\boxed{36}-\boxed{37}\sqrt{\boxed{38}}}{\boxed{39}}$$

である．