



2010年理系第2問

2 平面上の四角形OABCについて、 $OA = OB = 1$ 、 $OC = \frac{\sqrt{7}}{3}$ および $\vec{OC} = \vec{OB} - \frac{2}{3}\vec{OA}$ が成り立っているとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とおく。次の をうめよ。

$CB = \text{}$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{}$ であり、 $\angle AOB$ は 度である。

$t > 0$ とし、直線OA上に点Dを $\vec{OD} = t\vec{OA}$ となるようにとる。このとき、線分OBと線分CDとの交点をPとおくと、 t を用いて $\vec{OP} = \text{}$ \vec{b} と書ける。

$\triangle OPD$ の重心Gが $\triangle OAB$ の内部または周上にあるような t の範囲は $0 < t \leq \text{}$ である。また、 $\triangle OPD$ の外心をRとおくと、 $\vec{OR} - \text{}$ \vec{OD} と \vec{a} が垂直であり、 $\vec{OR} - \text{}$ \vec{OP} と \vec{b} も垂直であることから、 $t = \frac{1}{3}$ のとき、 $\vec{OR} = \text{}$ $\vec{a} + \text{}$ \vec{b} であり、 $|\vec{OR}| = \text{}$ である。