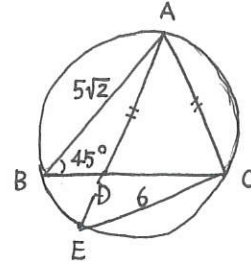


2015年1期1日目第4問

4 $AB = 5\sqrt{2}$, $BC = 6$, $\angle B = 45^\circ$ の三角形 ABC の辺 BC 上に $AC = AD$ を満たす C と異なる点 D を定める。次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

- (1) 三角形 ABC の面積は $\frac{15}{28}$ である。
 (2) $AC = \sqrt{29}$, $BD = 30$ である。
 (3) 三角形 ADC の面積は $\frac{31}{4}$ である。
 (4) $\sin \angle CAD = \frac{26}{33}$ である。
 (5) 直線 AD が三角形 ABC の外接円と交わる点 (A と異なる点) を E とする。



このとき、 $EC = \frac{34}{36} \sqrt{\frac{35}{13}}$ である。

$$(1) \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 6 \cdot \sin 45^\circ = 15 //$$

$$(2) \text{余弦定理より, } AC^2 = (5\sqrt{2})^2 + 6^2 - 2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 6 \cdot \cos 45^\circ \quad \therefore AC^2 = 26 \quad \therefore AC = \sqrt{26} //$$

$$AD = AC = \sqrt{26} \text{ より, } 26 = BD^2 + (5\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot BD \cos 45^\circ$$

$$\therefore BD^2 - 10BD + 24 = 0 \quad \therefore (BD - 4)(BD - 6) = 0$$

$$0 < BD < 6 \text{ より, } BD = 4 //$$

$$(3) \Delta ADC = \Delta ABC - \Delta ABD \\ = 15 - \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sin 45^\circ \\ = 5 //$$

$$(4) \Delta ADC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{26} \cdot \sqrt{26} \cdot \sin \angle CAD \quad (3) \text{より, } \sin \angle CAD = \frac{5}{13} //$$

$$(5) \Delta ADB \sim \Delta CDE \text{ より, 相似比は, } AD : CD = \sqrt{26} : 2$$

$$\therefore EC = AB \cdot \frac{2}{\sqrt{26}} \\ = \frac{10\sqrt{13}}{13} //$$