



2011 年 理学部 第 1 問

1 $f(x) = e^{-x^2}$ ($x \geq 0$) とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) $x \geq 0$ に対して, 不等式 $e^x > x$ および $e^x > \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ.
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ および $\lim_{t \rightarrow +0} t \log \frac{1}{t} = 0$ を示せ.
- (3) $f(x)$ は減少関数であることを示せ. また, $y = f(x)$ の逆関数 $x = g(y)$ を求めよ.
- (4) a を $0 < a < 1$ を満たす実数とする. y 軸, $y = f(x)$ のグラフおよび直線 $y = a$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ.
- (5) (4) で求めた $V(a)$ に対し $\lim_{a \rightarrow +0} V(a)$ を求めよ.