



2010年理系第3問

3 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & -r \\ -r & 0 \end{pmatrix}$  ( $r > 0$ ) と座標平面上の点  $P_0(-1, 2)$ ,  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $\dots$ ,  $P_n(x_n, y_n)$ ,  
…は、式

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $A^{2k}$ ,  $A^{2k+1}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ。
- (2)  $x_n$ ,  $y_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ。
- (3) 線分  $P_{n-1}P_n$  の長さを  $d_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。数列  $\{d_n\}$  の初項  $d_1$  と一般項  $d_n$  を求めよ。また、無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$  が収束し、その和が3となるような  $r$  の値を求めよ。