

2015年第2問

 2 2次方程式 $x^2 + ax + a + 4 = 0$ の2つの解が整数となるように定数 a の値を定めよ.

 2つの整数解を α, β ($\alpha \leq \beta$) とおくと,

解と係数の関係より,

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -a & \cdots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = a + 4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

 ①, ②より, a を消去すると,

$$\alpha\beta = -\alpha - \beta + 4$$

$$\therefore (\alpha + 1)(\beta + 1) = 5$$

 α, β は整数で, $\alpha \leq \beta$ より,

$$\alpha + 1 = -5, \beta + 1 = -1 \quad \text{または} \quad \alpha + 1 = 1, \beta + 1 = 5$$

$$\text{すなわち, } (\alpha, \beta) = (-6, -2), (0, 4)$$

$$\text{このとき, ①より, } \underline{a = 8, -4}$$