



2016年理系第3問

3 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式  $25x + 9y = 1$  の整数解をすべて求めよ。  
 (2) 方程式  $25x + 9y = 33$  の整数解をすべて求めよ。さらに、これらの整数解のうち、 $|x + y|$  の値が最小となるものを求めよ。  
 (3) 2つの方程式  $25x + 9y = 33$ ,  $xy = -570$  を同時に満たす整数解をすべて求めよ。

(1)  $25x + 9y = 1 \cdots \textcircled{1}$

$25 \cdot 4 + 9(-11) = 1 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$  より、 $25(x-4) + 9(y+11) = 0$

よって、 $25(x-4) = -9(y+11) \cdots \textcircled{3}$

左辺は25の倍数で25と9は互いに素より、 $y+11$ は25の倍数

$\therefore y+11 = 25k$  ( $k$ は整数) と表せる。よって、 $y = 25k - 11$

これを $\textcircled{3}$ に代入して、 $x-4 = -9k \therefore x = -9k + 4$

以上より、 $(x, y) = (-9k + 4, 25k - 11)$  (ただし、 $k$ は任意の整数) //

(2)  $\textcircled{2}$ の両辺を33倍して、 $25 \cdot 132 + 9 \cdot (-363) = 33 \cdots \textcircled{4}$

$25x + 9y = 33 \cdots \textcircled{5}$

$\textcircled{5} - \textcircled{4}$  より、 $25(x-132) + 9(y+363) = 0$

(1)と同様にして、 $(x, y) = (-9k + 132, 25k - 363)$  (ただし、 $k$ は任意の整数)

ここで、 $k = l + 14$  とおくと、 $(x, y) = (-9l + 6, 25l - 13)$  (ただし、 $l$ は任意の整数) //

このとき、 $|x + y| = |16l - 7|$  となり、最小値は7 ( $l = 0$  すなわち  $x = 6, y = -13$  のとき)  $\therefore$   $(x, y) = (6, -13)$  //

(3) (2)より、 $x = -9l + 6, y = 25l - 13$  を  $xy = -570$  に代入して、

$(-9l + 6)(25l - 13) = -570$

$\therefore (3l - 2)(25l - 13) = 190$

$75l^2 - 89l - 164 = 0$

$$\begin{array}{r} 75 \quad -164 \\ \times \\ 1 \quad +1 \end{array}$$

$(75l - 164)(l + 1) = 0$

 $l$ は整数より、 $l = -1$ 

このとき、 $x = 15, y = -38 \therefore$   $(x, y) = (15, -38)$  //