2016年 文系 第2問

数理
石井K

2 平面上の2つの曲線

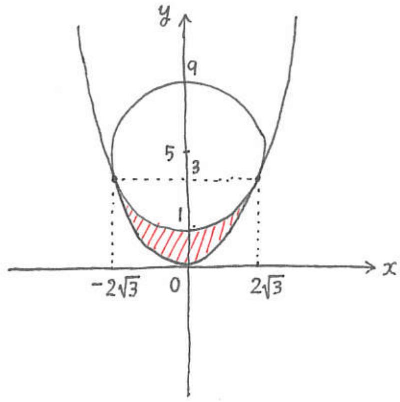
$$C_1 : x^2 + (y-5)^2 = 16, \quad C_2 : y = \frac{1}{4}x^2$$

を考える．次の問いに答えよ．

(1) C_1 と C_2 の共有点の座標を求めよ．

(2) C_1 と C_2 を同一平面上に図示せよ．

(3) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ．



(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ より $x^2 = 4y$

$\therefore\ 4y + (y-5)^2 = 16$

$\therefore\ y^2 - 6y + 9 = 0$

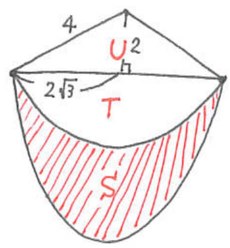
$(y-3)^2 = 0 \quad \therefore\ y = 3$

このとき，$x^2 = 12 \quad \therefore\ x = \pm 2\sqrt{3}$

$\therefore$ 共有点は $\underline{(\pm 2\sqrt{3}, 3)}$ //

(2) 右の図になる．

(3) 右のように，S, T, U とすると，



Uは，120°, 30°, 30° の三角形より，$U = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120° = 4\sqrt{3}$

$T + S = 2\int_0^{2\sqrt{3}} 3 - \frac{1}{4}x^2\, dx$

$= 2\left[3x - \frac{x^3}{12}\right]_0^{2\sqrt{3}}$

$= 8\sqrt{3}$

$U + T$ は扇角より，$U + T = \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{3}\pi$

$\therefore\ S = (T+S) + U - (U+T)$

$= 8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - \frac{16}{3}\pi$

$= \underline{12\sqrt{3} - \frac{16}{3}\pi}$ //