

2016年文系第1問

数理石井K

1 次の空欄を適当に補え。

(1) 1から210までの自然数で、3の倍数でも5の倍数でもない自然数の個数は、 $\boxed{\text{ア}}$  個ある。(2)  $a > 0$  で、 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 3$  であるとき、 $a^3 + \frac{1}{a^3} = \boxed{\text{イ}}$  である。(3) 赤球6個、白球3個、青球2個が入っている袋から3個の球を同時に取り出す。取り出した3個の球の色が2種類となる確率は、 $\boxed{\text{ウ}}$  である。(4)  $\tan \frac{5}{4}\pi$  の値は  $\boxed{\text{エ}}$  で、 $\tan \frac{5}{8}\pi$  の値は  $\boxed{\text{オ}}$  である。

(1) 3の倍数は70個、5の倍数は42個、15の倍数は14個あるので

$$3 \text{ または } 5 \text{ の倍数は } 70 + 42 - 14 = 98 \text{ 個}$$

$$\text{よって、3の倍数でも5の倍数でもない自然数は } 210 - 98 = \underline{112 \text{ 個}} \text{ である。}$$

(2)  $(a + \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 5$  よって  $a > 0$  より、 $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$ 

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (a + \frac{1}{a})(a^2 - 1 + \frac{1}{a^2}) = \sqrt{5} \cdot 2 = \underline{2\sqrt{5}}$$

(3) すべてのとり出し方は、 ${}_{11}C_3 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 165$  通り

$$3 \text{ 個の球の色が } 1 \text{ 種類となる確率は } \frac{{}_6C_3}{{}_{11}C_3} + \frac{{}_3C_3}{{}_{11}C_3} = \frac{21}{165}$$

$$3 \text{ 個の球の色が } 3 \text{ 種類となる確率は } \frac{{}_6C_1 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1}{{}_{11}C_3} = \frac{36}{165}$$

$$\therefore \text{余事象より、} 1 - \frac{21}{165} - \frac{36}{165} = \underline{\frac{36}{55}}$$

(4)  $\tan \frac{5}{4}\pi = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ 

$$\tan \left( \frac{5}{8}\pi + \frac{5}{8}\pi \right) = \frac{2 \tan \frac{5}{8}\pi}{1 - \tan^2 \frac{5}{8}\pi}$$

$$\text{よって、} \tan^2 \frac{5}{8}\pi + 2 \tan \frac{5}{8}\pi - 1 = 0$$

$$\tan \frac{5}{8}\pi = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}$$

$$\tan \frac{5}{8}\pi < 0 \text{ より、} \tan \frac{5}{8}\pi = \underline{-1 - \sqrt{2}}$$