神奈川大学

2015年 理系 第1問

数理 石井K

1 次の空欄(a)~(g)を適当に補え．

(1) 不等式 $|3x-5|<2x+1$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\text{(a)}}$ である．　$\frac{4}{5}<x<6$

(2) $t>0$ とする．2つのベクトル $\vec{a}=(t+3,\ t-1)$ と $\vec{b}=(-1,\ t)$ が垂直であるとき，$t=\boxed{\text{(b)}}$ である．　3

(3) 白い玉が3個，赤い玉が2個入っている袋がある．袋から玉を1つ取り出し色を確かめ袋に戻す操作を3回行う．このとき，2回以上白い玉が出る確率は $\boxed{\text{(c)}}$ である．　$\frac{81}{125}$

(4) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^{2h+2}-e^2}{h}=\boxed{\text{(d)}}$ である．　$2e^2$

(5) 8つの数の集まり $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ を2組に分け，それぞれの組に属する数の和を考える．たとえば，

$\{-1,\ 0,\ 2,\ 4,\ 5\}$ と $\{-2,\ 1,\ 3\}$

という組み分けについては，10と2である．このとき，

「どんな組み分けについても，少なくとも一方の和は a 以上である」

という主張が成立するような数 a のうち最大のものは $\boxed{\text{(e)}}$ である．　6

(6) $\displaystyle\int_1^x \log t\,dt=\boxed{\text{(f)}}$ であるので，$f(x)=\displaystyle\int_1^x (x-1)\log t\,dt$ のとき，$f'(x)=\boxed{\text{(g)}}$ である．

(f) $x\log x-x+1$　(g) $(2x-1)\log x-x+1$

(1) (i) $3x-5\geqq 0$ すなわち $x\geqq\frac{5}{3}$ のとき

$3x-5<2x+1$

よって $x<6$　場合分けの条件とあわせて，$\frac{5}{3}\leqq x<6$

(ii) $3x-5<0$ すなわち $x<\frac{5}{3}$ のとき

$-3x+5<2x+1$

よって，$x>\frac{4}{5}$　場合分けの条件とあわせて，$\frac{4}{5}<x<\frac{5}{3}$

(i),(ii)より，求める範囲は，$\underline{\frac{4}{5}<x<6}$ //

(2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-t-3+t(t-1)$

$=t^2-2t-3$

$\therefore\ t^2-2t-3=0$

$(t-3)(t+1)=0$

$t>0$ より，$\underline{t=3}$ //

(3) $\underbrace{\left(\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^1\cdot{}_3C_2}_{2回白}+\underbrace{\left(\frac{3}{5}\right)^3}_{3回白}=\underline{\frac{81}{125}}$ //

(4) $(与式)=e^2\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^{2h}-1}{h}$

$=e^2\displaystyle\lim_{2h\to 0}\frac{e^{2h}-e^0}{2h-0}\cdot 2$

$=2e^2\displaystyle\lim_{t\to 0}\frac{e^t-e^0}{t-0}$　($t=2h$ とおいた)

$f(x)=e^x$ とすると，$(与式)=2e^2\cdot f'(0)$

$\therefore\ f'(x)=e^x$ より，$(与式)=\underline{2e^2}$ //

(5) $-2+(-1)+0+1+2+3+4+5=12$

$\frac{12}{2}=6$ より，a のうち最大のものは，$\underline{6}$ //

(6) $\displaystyle\int_1^x (t)'\log t\,dt=\Big[t\log t\Big]_1^x-\int_1^x dt$

$=\underline{x\log x-x+1}$ //

$f(x)=(x-1)\displaystyle\int_1^x \log t\,dt$

$\therefore\ f'(x)=(x-1)'(x\log x-x+1)+(x-1)\log x$

$=\underline{(2x-1)\log x-x+1}$ //