

2016年 政治経済学部 第4問

4 以下の問に答えよ。

(1) 次の空欄にあてはまる式または数を記入せよ。

半径1の円Oに内接する長方形ABCDがある。角OABを x ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)とすると、長方形ABCDの面積は となる。したがって、 $x =$ のとき最大面積 をとる。

(2) 半径1の円Oに内接する n 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ の内角

$$A_k A_{k+1} A_{k+2} \quad (k = 1, 2, \dots, n, n \geq 3; \text{ただし, } A_{n+1} = A_1, A_{n+2} = A_2)$$

がすべて α ($0 < \alpha < \pi$)に等しいとする。このとき、次の問に答えよ。

- (i) a_k ($k = 1, 2, \dots, n$)は弧 $A_k A_{k+1}$ の長さを表すとす。角 $OA_k A_{k+1} = \theta_k$ ($0 < \theta_k < \frac{\pi}{2}$)とおくとき、 a_k , a_{k+1} および $a_k + a_{k+1}$ を、 θ_k , α を用いて表せ。
- (ii) n が奇数のとき、 n 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ は正 n 角形となることを示せ。
- (iii) n が偶数のとき、 $\theta_1 = \theta_3 = \dots = \theta_{n-1}$ を示せ。さらに、その等しい角を θ とおいて、 n 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ の面積 $S_n(\theta)$ を α , θ を用いて表せ。
- (iv) α を n の式で表し、(iii)における $S_n(\theta)$ の最大値とそのときの θ を n の式で表せ。

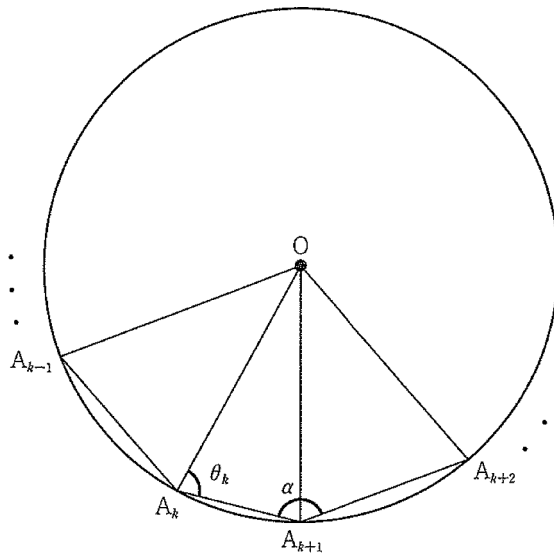


図2