

2015年 人間科学学部 (文系) 第3問



3 関数

$$f(x) = \tan^2 x + 8 \cos 2x \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

は, $x = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ $\frac{1}{3}\pi$ のとき, 最小値 $\boxed{\text{シ}}$ $\frac{-1}{3}$ をとる.

$$\begin{cases} \bullet \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \\ \bullet \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 + 8(2\cos^2 x - 1)$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x} + 16\cos^2 x - 9$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot 16\cos^2 x} - 9 \quad \left(\begin{array}{l} \cos^2 x > 0 \text{ より, 相加・相乗平均の関係を使った} \\ \text{等号成立は, } \frac{1}{\cos^2 x} = 16\cos^2 x \iff x = \frac{\pi}{3} \text{ のとき} \end{array} \right)$$

$$= -1$$

$\therefore x = \frac{1}{3}\pi$ のとき, 最小値 -1 をとる

〃