



2012年 第6問

6 関数 $y = e^{-x}$ のグラフを C とする. C 上の点 $P(t, e^{-t})$ における接線と x 軸との交点を $Q(u, 0)$ とする. C 上の点 (u, e^{-u}) を R とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) u を t の式で表せ.
- (2) 線分 PQ , 線分 QR と C で囲まれた部分を図形 A とする. 図形 A を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を t の式で表せ.
- (3) (1) の u を t の関数とみて $u(t)$ と表す. 数列 $\{t_n\}$ を $t_1 = 0, t_{n+1} = u(t_n) (n = 1, 2, \dots)$ と定義するとき, 一般項 t_n を求めよ.
- (4) (2) の V を t の関数とみて $V(t)$ と表し, (3) の t_n を用いて $V_n = V(t_n) (n = 1, 2, \dots)$ とおく. 数列 $\{V_n\}$ は等比数列であることを示し, 無限等比級数

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n + \dots$$

の収束, 発散を調べ, 収束する場合は, その和を求めよ.