

2016年学芸(数学)第3問

3 空間内の異なる4点 O, A, B, C は同一平面上にないとし, $OA \perp AB, OA \perp AC, OB \perp BC$ とする.
また, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}, \vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とする.

- (1) $|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{b}, |\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{c}, |\vec{b}|^2 = \vec{b} \cdot \vec{c}$ であることを示せ.
- (2) A から直線 OB へ下ろした垂線を AB' , A から直線 OC へ下ろした垂線を AC' とし, $\overrightarrow{OB'} = k\vec{b}, \overrightarrow{OC'} = l\vec{c}$ とする. $|\vec{a}|^2 = k|\vec{b}|^2 = l|\vec{c}|^2$ であることを示せ.
- (3) $\angle B'AC' = \theta$ とするとき, $\cos \theta$ を k, l を用いて表せ.