0002150099487999

東京都市大学

2015年 工（機工，原工，都市工）・知識工 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ aを定数とし，$0 \leqq x \leqq 3$とする．関数$f(x)$を

$$f(x) = x - 6x^{\frac{1}{3}}$$

と定める．直線$y = -x + a$が曲線$y = f(x)$に接するとき，次の問に答えよ．

(1) aの値を求めよ．

(2) $f(x)$の増減を調べ，極値を求めよ．

(3) 曲線$y = f(x)$の概形を描け．

(4) 曲線$y = f(x)$，直線$y = -x + a$およびy軸で囲まれる部分の面積Sを求めよ．

(1) $f'(x) = 1 - 2x^{-\frac{2}{3}}$ より，$f'(x) = -1$ となるのは，$x = 1$ のとき．

∴ 接点は $(1, -5)$ であるから，$y = -x + a$ がこの点を通ることより

$-5 = -1 + a$　　∴ $\underline{a = -4}$ //

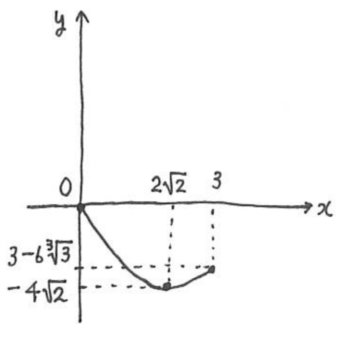
(2) $f'(x) = 0 \iff 1 - 2x^{-\frac{2}{3}} = 0$

∴ $x^2 = 8$　　$0 \leqq x \leqq 3$ より　$x = 2\sqrt{2}$

右の増減表より，$\underline{x = 2\sqrt{2}\text{ のとき 極小値 } -4\sqrt{2}}$ //

x	0	$\cdots$	$2\sqrt{2}$	$\cdots$	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-4\sqrt{2}$	↗	$3-6\sqrt[3]{3}$

(3) 右のグラフになる．$\left(f''(x) = \frac{4}{3}x^{-\frac{5}{3}} \geqq 0\right)$



(4) $S = \int_0^1 x - 6x^{\frac{1}{3}} - (-x - 4)\,dx$

$= \left[x^2 - \frac{9}{2}x^{\frac{4}{3}} + 4x\right]_0^1$

$= 1 - \frac{9}{2} + 4$

$= \underline{\frac{1}{2}}$ //