

2015年理(数理情報科・応用物理・応用化学)第3問

3 座標平面上の放物線  $C_1: y = 2x^2 + 2x + \frac{1}{2}$  と  $C_2: y = -2x^2 + 2x + \frac{3}{2}$  に対して次の問いに答えよ。  
なお、必要なら 1 (1)の結果を使ってもよい。

- (1)  $C_1$  上の点  $A(t, 2t^2 + 2t + \frac{1}{2})$  と  $C_2$  上の点  $B(s, -2s^2 + 2s + \frac{3}{2})$  に対し、 $C_1$  の点  $A$  における接線の傾きと  $C_2$  の点  $B$  における接線の傾きが等しくなるための必要十分条件を  $t$  と  $s$  の式で表せ。
- (2) (1)の条件を満たすようなどんな実数  $t, s$  に対しても、直線  $AB$  はある共通の点  $M$  を通る。 $M$  の座標を求めよ。
- (3)  $M$  を (2) で求めた点とする。 $C_1$  とただ一つの共有点をもつような、 $M$  を中心とする円に対して、円の半径と共有点の  $x$  座標を求めよ。
- (4)  $M$  を (2) で求めた点とする。 $C_2$  とただ一つの共有点をもつような、 $M$  を中心とする円に対して、円の半径と共有点の  $x$  座標を求めよ。
- (5) (1)の条件を満たすような実数  $t, s$  に対して、線分  $AB$  の長さがとり得る値の最小値を求めよ。