

2014年薬学部(薬)第4問

4 r は2以上9以下の自然数とする。 n を r 以上の自然数として、次の条件を満たす n 桁の自然数を考える。

- (i) 各位の数は1から r までの数1, 2, ..., r のどれかである。
 (ii) 1, 2, ..., r のどの一つも必ずどこかの位に現れる。

このような自然数全体の集合を考え、この集合の要素の個数を ${}_rS_n$ とおく。また、この集合のすべての要素の和を $f_r(n)$ とおく。

(1) $r = 2$ とする。

(i) ${}_2S_2 = \boxed{\text{ア}}$, ${}_2S_3 = \boxed{\text{イ}}$ である。

一般に、 ${}_2S_n = \boxed{\text{ウ}}^n - \boxed{\text{エ}}$ である。

(ii) $f_2(2) = \boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}$, $f_2(3) = \boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}$ である。

一般に、 $f_2(n) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} (\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}^n - 1) \cdot {}_2S_n$ が成り立つ。

(2) $r = 3$ とする。

(i) ${}_3S_n = \boxed{\text{セ}}^n - \boxed{\text{ソ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^n + \boxed{\text{タ}}$ である。

(ii) $f_3(n) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} (\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}^n - 1) \cdot {}_3S_n$ が成り立つ。

(3) $r = 4$ とする。

(i) ${}_4S_n = \boxed{\text{テ}}^n - \boxed{\text{ト}} \cdot \boxed{\text{セ}}^n + \boxed{\text{ナ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^n - \boxed{\text{ニ}}$ である。

(ii) $f_4(n) = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}} \boxed{\text{ノ}}} (\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}^n - 1) \cdot {}_4S_n$ が成り立つ。