

2015年 理工（情報科・工業化・機械工・土木工）第2問

2 p を正の定数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -5x^p \log x \quad (x > 0)$$

と定める。 a は $f'(a) = 0$ を満たす正の実数とする。ここで、 $\log x$ は自然対数であり、 e は自然対数の底を表す。また、 $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数である。

- (1) a の値を p を用いて表せ。
- (2) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求め p を用いて表せ。
- (3) 直線 $x = a$ と x 軸、および曲線 $y = f(x)$ の $a \leq x \leq 1$ の部分で囲まれる部分の面積を S とする。このとき、

$$\lim_{p \rightarrow +0} S$$

の値を求めよ。必要ならば、 $\lim_{u \rightarrow +0} \frac{e^{-\frac{1}{u}}}{u} = 0$ であることを用いてよい。