



2014年医(医)・歯・薬第3問

3  $n$ 枚のカードに1から $n$ までの自然数がひとつずつ書かれている. 異なるカードには異なる数が書かれている. これら $n$ 枚のカードを横一列に並べて, 左端から $i$ 番目 ( $1 \leq i \leq n$ ) のカードに書かれた数を $a_i$ とする.

- (1)  $n = 5$  のとき,  $a_1 < a_2 < a_3$  かつ  $a_3 > a_4 > a_5$  を満たすカードの並べ方の総数を求めよ.
- (2)  $n \geq 3$  とする. 次の条件 (i), (ii) を満たすカードの並べ方の総数を  $n$  の式で表せ. ただし, (ii) では,  $k = 2$  のとき  $a_1 < a_2 < \dots < a_k$  は  $a_1 < a_2$  を表し,  $k = n - 1$  のとき  $a_k > a_{k+1} > \dots > a_n$  は  $a_{n-1} > a_n$  を表す.

(i)  $1 < k < n$

(ii)  $a_1 < a_2 < \dots < a_k$  かつ  $a_k > a_{k+1} > \dots > a_n$

- (3)  $n \geq 4$  とする. 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たすカードの並べ方の総数を  $n$  の式で表せ. ただし, (iii) のそれぞれの不等式は (2) と同様に,  $p = 2$  のとき  $a_1 > a_2$  を表し,  $q = p + 1$  のとき  $a_p < a_{p+1}$  を表し,  $q = n - 1$  のとき  $a_{n-1} > a_n$  を表す.

(i)  $1 < p < q < n$

(ii)  $a_1 = n$  かつ  $a_p = 1$

(iii)  $a_1 > a_2 > \dots > a_p$  かつ  $a_p < a_{p+1} < \dots < a_q$  かつ  $a_q > a_{q+1} > \dots > a_n$