

2011年 環境科学部・工学部 第2問

2  $x$  軸とのなす角が  $2\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) で原点  $O$  を通る直線  $l$  と、 $x$  軸上の定点  $A(a, 0)$  ( $a > 0$ ) と  $y$  軸上の定点  $B(0, b)$  ( $b > 0$ ) がある。円  $C_1$ 、円  $C_2$  は  $l$  と接し、かつ  $C_1$  は  $x$  軸と  $A$  で接し、 $C_2$  は  $y$  軸と  $B$  で接するものとする。 $C_1$ 、 $C_2$  の中心をそれぞれ  $P_1$ 、 $P_2$  とする。ただし、 $P_1$ 、 $P_2$  は第1象限の点である。

- (1)  $\triangle OP_1P_2$  の面積は  $S = \frac{ab}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}$  であることを示せ。  
(2)  $\theta$  を変数としたとき、 $S$  の最小値を求めよ。