

2013年工(A)第2問

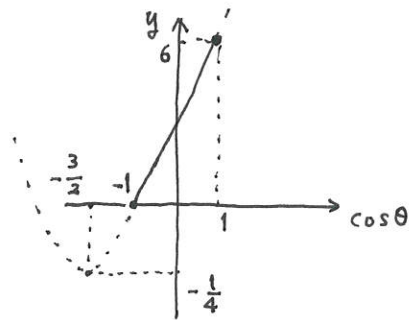


2 $y = 3\cos\theta - \sin^2\theta + 3$ に関し、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(1) $\theta = \boxed{1}\pi$ のとき、 y は最小値 $\boxed{0}$ をとる。 $\theta = \boxed{0}\pi$ のとき、 y は最大値 $\boxed{6}$ をとる。

(2) $y = \frac{15}{4}$ となるときの θ の値は $\boxed{2}$ 個あり、それらの中で最大のものは $\theta = \frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}\pi$ である。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= 3\cos\theta - (1 - \cos^2\theta) + 3 \\
 &= \cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 \\
 &= \left(\cos\theta + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$



$0 \leq \theta < 2\pi$ より、 $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ なので、

$\cos\theta = -1$ すなわち $\theta = \pi$ のとき、 y は最小値 0 をとる

$\cos\theta = 1$ すなわち $\theta = 0$ のとき、 y は最大値 6 をとる

$$(2) \quad \cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 = \frac{15}{4} \quad \text{より}$$

$$4\cos^2\theta + 12\cos\theta - 7 = 0$$

$$(2\cos\theta - 1)(2\cos\theta + 7) = 0$$

$$2\cos\theta + 7 > 0 \quad \text{より、} \quad \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$\therefore \theta$ の値は 2個 ある

よって、 $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ より、最大のものは $\theta = \frac{5}{3}\pi$