



2016年理学部第3問

3 次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 3x + 1}$  とする.  $x > 0$  の範囲で  $f(x)$  が最小になる  $x$  の値と, そのときの  $f(x)$  の値を求めよ.
- (2)  $a > 0$  とする. 曲線  $C: y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) と 2つの直線  $l_1: y = 2e^a x$ ,  $l_2: y = (a^2 + 3a + 1)x$  を考える.  $C$  と  $l_1$  と  $l_2$  で囲まれる部分を  $D$  とする.
- (ア)  $C$  と  $l_1$  の交点, および,  $C$  と  $l_2$  の交点の座標を求めよ.
- (イ) (1) を用いて  $2e^a > a^2 + 3a + 1$  であることを示せ. ただし,  $e = 2.7182\cdots$  であることは用いてよい.
- (ウ)  $D$  の面積を  $a$  を用いて表せ.
- (エ)  $D$  の面積を最小にする  $a$  の値と, そのときの  $D$  の面積を求めよ.