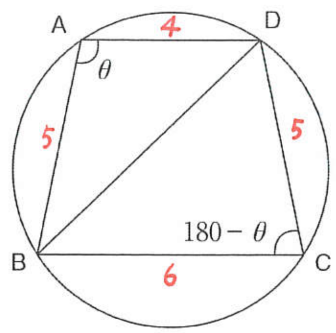
沖縄国際大学

2015年 地域環境政策学科・産業情報学科 第2問

$\boxed{2}$ 下記に示す四角形ABCDおよびそれに外接する円がある．AB = 5，BC = 6，CD = 5，DA = 4とする．また，$\angle \mathrm{BAD} = \theta$，$\angle \mathrm{BCD} = 180° - \theta$とする．このとき，以下の各問いに答えなさい．



(1) $\cos\theta$の値を求めよ．

(2) BDの長さを求めよ．

(3) ABCDの面積を求めよ．

(1) △ABD，△BCDそれぞれに余弦定理を適用して，

$BD^2 = 5^2 + 4^2 - 2\cdot 5\cdot 4\cos\theta$ ⋯ ①

$BD^2 = 6^2 + 5^2 - 2\cdot 6\cdot 5\cos(180° - \theta)$ ⋯ ②

ここで $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$ より，

$BD^2 = 6^2 + 5^2 + 2\cdot 6\cdot 5\cos\theta$ ⋯ ②′

②′ − ① より，$0 = 20 + 100\cos\theta$　∴ $\underline{\cos\theta = -\frac{1}{5}}$ //

(2) ① より，$BD^2 = 41 - 40\cdot\left(-\frac{1}{5}\right) = 49$　∴ $\underline{BD = 7}$ //

(3) $\sin^2\theta + \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = 1$ より，$\sin^2\theta = \frac{24}{25}$

$0° < \theta < 180°$ より，$\sin\theta = \sin(180° - \theta) = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

∴ $S = \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5} + \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$= \underline{10\sqrt{6}}$ //