



2014年人文学部第1問

 数理
石井K

 1 以下の問いに答えよ. ただし, a は定数である.

- (1) 2曲線 $y = (x+1)(x-3)$, $y = 2(x-a)^2 + 4$ の共有点の個数を調べよ.
 (2) 関数 $y = |(x+1)(x-3)|$ のグラフをかけ.
 (3) 2曲線 $y = |(x+1)(x-3)|$, $y = 2(x-a)^2 + 4$ の共有点の個数を調べよ.

 (1) $2(x-a)^2 + 4 - (x+1)(x-3) = 0$ を計算すると.

$$x^2 + (2-4a)x + 2a^2 + 7 = 0 \quad \text{判別式を } D \text{ とおくと.}$$

$$D/4 = (1-2a)^2 - (2a^2+7)$$

$$= 2a^2 - 4a - 6$$

$$= 2(a-3)(a+1)$$

 \therefore 共有点の個数は. $\begin{cases} 2\text{個} (a < -1, a > 3 \text{ のとき}) \\ 1\text{個} (a = -1, 3 \text{ のとき}) \\ 0\text{個} (-1 < a < 3 \text{ のとき}) \end{cases}$ //

 (2) $x \leq -1, x \geq 3$ のとき. $y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$
 $-1 < x < 3$ のとき. $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$
 \therefore 右のグラフになる.

 (3) $y = -x^2 + 2x + 3$ を C, $y = 2(x-a)^2 + 4$ のグラフを

 D と表すと. C と D の頂点の y 座標はともに 4 で

 等しいことから. C と D は $a = 1$ のときのみ共有点を 1 つもち.

それ以外のときはもたない.

 また, $y = x^2 - 2x - 3$ と D は $-1 < x < 3$ で共有点をもたない.

 \therefore (1) より. $\begin{cases} 2\text{個} (a < -1, a > 3 \text{ のとき}) \\ 1\text{個} (a = -1, 1, 3 \text{ のとき}) \\ 0\text{個} (-1 < a < 1, 1 < a < 3 \text{ のとき}) \end{cases}$ //
