

2016年 情報工学部 第4問



4 はじめに、4枚の硬貨 A, B, C, Dが、表が上の状態で置かれている。これらの硬貨に対して以下の試行を繰り返すものとする。

試行：4枚の硬貨のうち、裏が上の硬貨はそのままにし、表が上の硬貨はすべて拾って同時に投げる。

ただし、すべての硬貨が、裏が上の場合も、0枚の硬貨を拾って投げるとみなして、試行を繰り返すものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 硬貨 A が 3 回目の試行の後に表が上である確率を求めよ。
- (2) 3 回目の試行の後、硬貨 A と B は表が上で、かつ、硬貨 C と D は裏が上である確率を求めよ。
- (3) 3 回目の試行の後に表が上の硬貨が 2 枚である確率を求めよ。
- (4) 1 回目の試行の後に表が上の硬貨が 3 枚であった。このとき、3 回目の試行の後に表が上の硬貨が 2 枚である確率を求めよ。
- (5) 1 回目の試行の後に表が上の硬貨が 3 枚で、かつ、3 回目の試行の後に表が上の硬貨が 2 枚である確率を求めよ。
- (6) 3 回目の試行の後に表が上の硬貨が 2 枚であった。このとき、1 回目の試行の後に表が上の硬貨が 3 枚である確率を求めよ。

(1) 3回とも表が出ればよいので $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ //

(2) 3回目の試行の後、Aが裏となっている確率は余事象より、 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$$\therefore \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{4096}$$
 //

(3) $\frac{49}{4096} \cdot 4C_2 = \frac{147}{2048}$ //

(4) 1枚の硬貨が2回続けて表となるのは、 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$$\therefore \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot 3C_2 = \frac{9}{64}$$
 //

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot 4C_1 \cdot \frac{9}{64} = \frac{9}{256}$ //

(6) (3)と(5)を使って条件付き確率を求めると、

$$\frac{\frac{9}{256}}{\frac{147}{2048}} = \frac{24}{49}$$
 //