



2014年理系第1問

1 空間内の1辺の長さ1の正四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。また、点Dを $\overrightarrow{OD} = \vec{b} - \vec{a}$ を満たす点、点Eを $\overrightarrow{OE} = \vec{c} - \vec{a}$ を満たす点とし、点PをOAの midpointとする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $0 < t < 1$  に対し、BDを $t : (1-t)$ に内分する点をRとし、CEを $(1-t) : t$ に内分する点をSとする。また、OBとPRの交点をMとし、OCとPSの交点をNとする。このとき、 $\overrightarrow{OM}$ と $\overrightarrow{ON}$ を、それぞれ $t$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2)  $\triangle OMN$ の面積を $t$ を用いて表せ。
- (3)  $t$ が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき、 $\triangle OMN$ の面積の最小値を求めよ。