

2015年理系1第5問

5 次の問いに答えよ。

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta = 0$ を満たす θ の値は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}} \boxed{3}}$, $\frac{\boxed{\text{イ}} \boxed{4}}{\boxed{\text{ウ}} \boxed{3}} \pi$ である。

(2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、不等式 $\sin^2 \theta - 3 \cos^2 \theta \geq 0$ を満たす θ の値の範囲は $\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}} \boxed{3}} \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{オ}} \boxed{2}}{\boxed{\text{カ}} \boxed{3}} \pi$,

$\frac{\boxed{\text{キ}} \boxed{4}}{\boxed{\text{ク}} \boxed{3}} \pi \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{ケ}} \boxed{5}}{\boxed{\text{コ}} \boxed{3}} \pi$ である。

$$(1) \sin \theta = \sqrt{3} \cos \theta$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \text{ は解ではないので, } \cos \theta \neq 0$$

$$\therefore \text{両辺 } \cos \theta \text{ で割って } \tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\pi$$

$$(2) (i) \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \text{ のとき,}$$

$$\sin^2 \theta = 1, \cos^2 \theta = 0 \text{ より, 不等式は成り立つ}$$

$$(ii) \theta \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \text{ のとき}$$

$$\cos^2 \theta > 0 \text{ より, 不等式は } \tan^2 \theta \geq 3$$

$$\therefore \tan \theta \leq -\sqrt{3}, \sqrt{3} \leq \tan \theta$$

$$\therefore \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \leq \theta \leq \frac{5}{3}\pi \text{ (ただし, } \theta \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \text{)}$$

$$(i), (ii) \text{ より, } \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \leq \theta \leq \frac{5}{3}\pi$$

