



2015年文系第3問

3 座標平面上で、 $x$ 座標と $y$ 座標がともに0以上の整数である点を、ここでは格子点とよぶ。格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(k, l)$ へ、両端点とともに格子点であり長さが1の線分を用いて、格子点 $(0, 0)$ から順に最も少ない本数でつなぐ方法を数える。例えば、格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(3, 1)$ へつなぐ方法の数は4である。次の問いに答えよ。

- (1) 格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(4, 0)$ へつなぐ方法の数と、格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(2, 2)$ へつなぐ方法の数を、それぞれ求めよ。
- (2) 条件 $k + l = 5$ を満たす格子点 $(k, l)$ を考える。格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(k, l)$ へつなぐ方法の数を、この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を求めよ。
- (3) 条件 $k + l = n$  ( $n \geq 1$ )を満たす格子点 $(k, l)$ を考える。格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(k, l)$ へつなぐ方法の数を、この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を $n$ を用いて表せ。
- (4) 条件 $k + l = n$  ( $k$ と $l$ はともに偶数で、 $n \geq 2$ )を満たす格子点 $(k, l)$ を考える。格子点 $(0, 0)$ から格子点 $(k, l)$ へつなぐ方法の数を、この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を $n$ を用いて表せ。